

# 人工智能逻辑 课后练习 2 2025/02/25

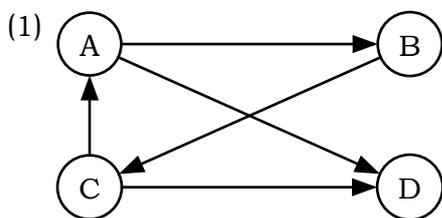
专业：人工智能（图灵班）

学号+姓名：3230105892 高玮轩

1. 设  $R$  是集合  $A$  上的一个等价关系。证明： $R$  的传递闭包也是一个等价关系。
  1. 自反性：由于  $R$  具有自反性，所以对于任意  $a \in A$ ，有  $aRa$ ，而对于  $R' \supseteq R$ ，也有  $aR'a$ ，则  $R'$  具有自反性。
  2. 对称性：假设  $xR'y$ ，由传递闭包的定义，存在  $n$  个元素  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，使得  $xRx_1Rx_2R\dots Rx_nRy$ ，由于  $R$  具有对称性，所以  $yRx_nR\dots Rx_2Rx_1Rx$ ，则  $yR'x$ ，则  $R'$  具有对称性。
  3. 传递性：显然， $R'$  具有传递性。
  4. 综上所述， $R'$  是等价关系。
2. 已知一个有向图，其邻接矩阵为：

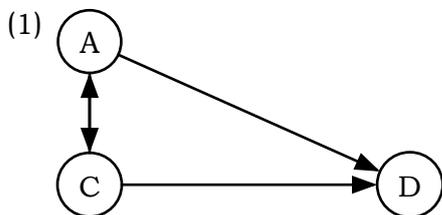
	A	B	C	D
A	0	1	0	1
B	0	0	1	0
C	1	0	0	1
D	0	0	0	0

- (1) 画出该图；



- (2) 找出该图的所有强连通分量；
  - (1) 强连通分量为  $\{A, B, C\}, \{D\}$

- (3) 画出该图的缩减图。



3. 设  $G = (V, E)$  是一个无向图。定义一个函数  $f: V \rightarrow \{0, 1\}$ ，使得对于图中任意两个相邻的顶点  $u$  和  $v$ ， $f(u) \neq f(v)$ 。如果这样的函数  $f$  存在，证明该图是二分图；反之，如果图  $G$  是二分图，证明这样的函数  $f$  一定存在。
  - 若存在满足条件的  $f$ ，将顶点集  $V$  分为两个集合  $V_1$  和  $V_2$ ，使得对于任意  $u \in V_1, v \in V_2$ ，有  $f(u) = 0, f(v) = 1$ ，明显  $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ ，且对于相邻的顶点  $u, v$ ，有  $f(u) \neq f(v)$ ，即  $u \in V_1, v \in V_2$  (或  $u \in V_2, v \in V_1$ )，所以  $G$  是二分图。

- 若  $G$  是二分图，将顶点集分为两个（满足二分图性质，即  $\forall (u, v) \in G, u \in V_1 \text{ 且 } v \in V_2$ （或相反））子集  $V_1$  和  $V_2$ ，定义函数  $f$  为：对于任意  $u \in V$ ，若  $u \in V_1$ ，则  $f(u) = 0$ ，否则  $f(u) = 1$ ，则对于任意相邻的顶点  $u, v$ ，有  $f(u) \neq f(v)$ ，所以  $f$  满足条件。

4. 考虑一个自动驾驶汽车的情境：

- (1) 刹车失灵
- (2) 左侧小孩闯红灯
- (3) 右侧四位行人正常过斑马线

在这样的情景中，自动驾驶汽车为了做出伦理决策，需要用到哪些知识？如何表示这些知识并运用这些知识进行推理？

用到的知识：

1. 交通规则：红灯停，绿灯行，行人优先，等等
2. 伦理道德：尽量减少伤害，保护弱势群体

使用符号化表示这些知识：

- $p$ : 交通规则
- $q$ : 伦理道德
- $r$ : 刹车失灵
- $s$ : 左侧小孩闯红灯
- $t$ : 右侧四位行人正常过斑马线
- $M$ : 行驶向小孩的方向
- $N$ : 行驶向行人的方向

可推理得到： $p, t \rightarrow \neg N, \neg N \rightarrow M, q, r, s \rightarrow M$

推理得到应该行驶向小孩的方向。